

## Modeling height-diameter relationship for *Populus euphratica* in Shoosh riparian forests, Khuzestan Province

Reza Berihi<sup>1</sup>, Reza Basiri<sup>\*2</sup>, Maleeha Mozayyan<sup>3</sup>

1. M.Sc. Student, Dept. of Forestry, Faculty of Natural Resources, Behbahan Khatam Alanbia University of Technology, Behbahan, I.R. Iran. E-mail: [rezaberihi34@gmail.com](mailto:rezaberihi34@gmail.com)
2. Corresponding Author, Associate Prof., Dept. of Forestry, Faculty of Natural Resources, Behbahan Khatam Alanbia University of Technology, Behbahan, I.R. Iran. E-mail: [basiri52@yahoo.com](mailto:basiri52@yahoo.com)
3. Assistant Prof., Dept. of Rangeland and Watershed Management, Faculty of Natural Resources, Behbahan Khatam Alanbia University of Technology, Behbahan, I.R. Iran. E-mail: [mmozayyan80@yahoo.com](mailto:mmozayyan80@yahoo.com)

### Article Info

#### Article type:

Full Length Research Paper

#### Article history:

Received: 01.25.2023

Revised: 03.13.2023

Accepted: 03.23.2023

#### Keywords:

Dry ecosystems,  
Height-diameter model,  
Inventory,  
Nonlinear models

### ABSTRACT

**Background and Objectives:** In situ measuring diameter at breast height (DBH) is simpler, more accurate, and less expensive than tree height. Understanding the relationship between height and diameter is essential for developing models for predicting growth, biomass production, and carbon storage models in the direction of forest management. The existence of a strong relationship between the diameter and the height of trees is considered as a useful index in forest management and can be described with mathematical models. Considering those non-linear models are flexible, interpretable, and robust, hence some of them were used in this study.

**Materials and Methods:** In this study, 21 widely used candidate nonlinear models and one simple linear model were fitted to tree height and diameter at breast height data for *Populus euphratica* Oliv. Within a 100 m<sup>2</sup> at Shoosh area of Khuzestan province. Data from 1,163 trees were used and randomly split into two sets: 80% of the data was used to estimate model parameters (model fitting), and the remaining (20%) was saved for model validation. All models were evaluated using model performance evaluation criteria such as t-statistics of model parameters, root mean square error percentage (RMSE%), mean absolute error percentage (MAE%), mean bias error percentage (ME%), Akaike's information criterion (AIC) and Bayesian information criterion (BIC).

**Results:** The parameters of the 8 models were not significant at the 5% level. RMSE, MAE, Bias, AIC and BIC values for model #M12 were 8.98%, 6.78%, -0.0010%, 1451.82, and 1469.73, respectively. The same values were obtained for model #M21: 9.15%, 6.94%, 0.0005%, 1476.95, and 1494.86 respectively. The predicted and actual height values in these two models were not significantly different at the 5% level. Results of the paired-sample t-test showed that the nonlinear models M21 and M12 predicted the height of *Populus euophratica* trees with appropriate accuracy. Two models, i.e., Prodan1 with the name of M12 and Prodan2 with the name of M21, were selected as the best models based on the ranking of all criteria for evaluating the model's performance in the fitting and validity datasets.

---

**Conclusion:** The majority of two-parameter models and some three-parameter models showed a significant fit with the data. However, in terms of all performance evaluation criteria, two three-parameter models were chosen as the best models. Based on the results of this study and the wide range of two-and-three parameter non-linear models, mixed models that include one or two covariates in the modeling efforts, further research is needed in border regions, sites, and locations with different stand structures.

---

Cite this article: Berihi, Reza, Basiri, Reza, Mozayyan, Maleeha. 2023. Modeling height-diameter relationship for *Populus euphratica* in Shoosh riparian forests, Khuzestan Province. *Journal of Wood and Forest Science and Technology*, 30 (1), 87-106.



© The Author(s).

DOI: 10.22069/JWFST.2023.21092.2008

Publisher: Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources

---

## بررسی مدل‌های قطر - ارتفاع گونه پده (*Populus euophratica* Oliv.) در جنگل‌های کران‌رودی شوش، استان خوزستان

رضا بریهی<sup>۱</sup>، رضا بصیری<sup>۲\*</sup>، ملیحه مزین<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی کارشناسی‌ارشد گروه جنگلداری، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه صنعتی خاتم‌الانبیاء بهبهان، بهبهان، ایران.  
رایانامه: rezaberhi34@gmail.com
۲. نویسنده مسئول، دانشیار گروه جنگلداری، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه صنعتی خاتم‌الانبیاء بهبهان، بهبهان، ایران.  
رایانامه: basiri52@yahoo.com
۳. استادیار گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه صنعتی خاتم‌الانبیاء بهبهان، بهبهان، ایران.  
رایانامه: mmozayyan80@yahoo.com

اطلاعات مقاله	چکیده
<b>نوع مقاله:</b> مقاله کامل علمی-پژوهشی	<b>سابقه و هدف:</b> اندازه‌گیری قطر برابر سینه در مطالعات میدانی نسبت به ارتفاع درختان ساده‌تر، دقیق‌تر و کم‌هزینه‌تر است. فهم و درک ارتباط بین قطر و ارتفاع برای توسعه مدل‌های رویش، مدل‌های آلومتریک جهت برآورد زی‌توده و ترسیب کربن در راستای مدیریت جنگل امری ضروری و اساسی می‌باشد. وجود رابطه قوی بین قطر و ارتفاع درختان به‌عنوان یک شاخص مفید در مدیریت جنگل محسوب شده و می‌توان آن را با مدل‌های ریاضی توصیف کرد. با توجه به این‌که مدل‌های غیرخطی انعطاف‌پذیر، دارای قابلیت تفسیر و قوی هستند بنابراین در این مطالعه برخی از مهم‌ترین مدل‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت.
<b>واژه‌های کلیدی:</b> آماربرداری، بوم‌سازگان‌های خشک، مدل قطر-ارتفاع، مدل‌های غیرخطی	<b>مواد و روش‌ها:</b> در این پژوهش ۲۱ مدل غیرخطی به همراه مدل خطی ساده به داده‌های قطر-ارتفاع درختان پده در منطقه شوش استان خوزستان و در قطعات نمونه ۱۰۰ مترمربعی برازش داده شد. داده‌های ۱۱۶۳ درخت پده مورد استفاده قرار گرفت و به‌طور تصادفی به دو بخش تقسیم شد، ۸۰٪ داده‌ها جهت برآورد پارامترهای مدل استفاده شد (برازش مدل) و بقیه داده‌ها (۲۰٪) جهت اعتبارسنجی مدل نگه داشته شدند. تمامی مدل‌ها با استفاده از معیارهای ارزیابی عملکرد مدل مثل آماره t پارامترهای مدل، درصد مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE%)، درصد میانگین قدر مطلق خطا (MAE%)، درصد میانگین اریب (Bias mean%)، معیار اطلاعات آکائیک (AIC) و معیار اطلاعات بیزی (BIC) مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفت.

**یافته‌ها:** پارامترهای ۸ مدل در سطح خطای ۵٪ معنی‌دار نشد. مقادیر  $MAE\%$ ،  $RMSE\%$ ، درصد میانگین اریب، AIC و BIC برای مدل M12 به ترتیب:  $۰/۰۰۱۰$ ،  $۰/۶۷۸$ ،  $۰/۸۹۸$ ،  $۱۴۵۱/۸۲$  و  $۱۴۶۹/۷۳$  به دست آمد. همین مقادیر برای مدل M21 به ترتیب:  $۰/۶۷۹۴$ ،  $۰/۹۱۵$ ،  $۰/۰۰۰۵$ ،  $۱۴۷۶/۹۵$  و  $۱۴۹۴/۸۶$  به دست آمد. مقادیر پیش‌بینی و واقعی ارتفاع در این دو مدل در سطح خطای ۵٪ تفاوت معنی‌داری نداشتند. نتایج آزمون t جفتی نشان داد که مدل‌های غیرخطی M21 و M12 ارتفاع درختان پده را با دقت مناسب پیش‌بینی کرده‌اند. دو مدل (Prodan1 با نام M12) و (Prodan2 با نام M21) بر اساس رتبه‌بندی تمام معیارهای ارزیابی عملکرد مدل در داده‌های برازش و اعتبار به‌عنوان بهترین مدل انتخاب شد.

**نتیجه‌گیری:** اکثریت مدل‌های دو پارامتری و برخی از مدل‌های سه پارامتری برازش معنی‌داری را با داده‌ها نشان دادند؛ اما از نظر همه معیارهای ارزیابی عملکرد دو مدل سه پارامتری به‌عنوان بهترین مدل انتخاب شدند. نتایج این مطالعه، تنوع انواع مدل‌های غیرخطی دو و سه پارامتری، وجود مدل‌های مخلوط که در کنار متغیرهای اصلی یک یا دو متغیر کمکی را نیز در مدل‌سازی دخالت می‌دهند و رویشگاه‌های متفاوت با ساختار مختلف بیان‌گر این موضوع می‌تواند باشد که پژوهش‌های پیش‌تری در این رابطه صورت پذیرد.

استناد: بریپی، رضا، بصیری، رضا، مزین، ملیحه (۱۴۰۲). بررسی مدل‌های قطر-ارتفاع گونه پده (*Populus eufratica* Oliv.) در جنگل‌های کران‌رودی شوش، استان خوزستان. نشریه پژوهش‌های علوم و فناوری چوب و جنگل، ۳۰ (۱)، ۸۷-۱۰۶.

DOI: 10.22069/JWFST.2023.21092.2008



© نویسندگان.

ناشر: دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

### مقدمه

گونه پده (*Populus euophratica* Oliv.) یکی از گونه‌های اساسی جنگل‌های رودخانه‌ای آسیای مرکزی می‌باشد (۱). گونه عمدتاً تشکیل‌دهنده جنگل‌های رودخانه‌ای استان خوزستان را پده تشکیل می‌دهد که در حاشیه رودخانه‌های مارون، کارون، دز و کرخه دیده می‌شود و نقش مهمی در حفاظت از کناره رودخانه‌ها دارد. این گونه در مناطقی که سطح آب زیرزمینی بالاست گسترش دارد (۲). این جنگل‌ها نقش مهمی در حفاظت از تنوع زیستی، کاهش اثر آلودگی گرد و غبار، بیابان‌زدایی، متعادل کردن آب و هوا، حاصلخیزی خاک و حفظ تعادل بوم‌سازگان‌های جنگلی ایفا می‌کنند (۳). بر این اساس این مطالعه کمک بزرگی به درک این نوع از جنگل‌ها کرده و برای مطالعات بعدی مفید خواهد بود.

قطر برابر سینه<sup>۱</sup> و ارتفاع درخت از جمله متغیرهای اساسی و مهم در بیش‌تر مدل‌سازی‌های جنگل مثل برآورد رویش درختان، برآورد زی‌توده و ظرفیت ترسیب کربن به همراه مدل‌های پویایی جنگل در طی زمان می‌باشند (۴). اندازه‌گیری قطر برابر سینه در مطالعات میدانی نسبت به ارتفاع درختان ساده‌تر، دقیق‌تر و کم‌هزینه‌تر است (۵). به همین دلیل بسیاری از آماربرداران جنگل سعی می‌کنند بجای اندازه‌گیری مستقیم، ارتفاع درختان را با استفاده از مدل‌های قطر-ارتفاع پیش‌بینی نمایند. مدل‌های قطر-ارتفاع برای پیش‌بینی ارتفاع درختان اندازه‌گیری نشده در مطالعات میدانی بسیار مفید می‌باشند چراکه هزینه و زمان را برای جمع‌آوری داده کاهش می‌دهند (۶). ایجاد ارتباط بین قطر و ارتفاع به‌آسانی امکان‌پذیر است چراکه این دو متغیر برای هر درختی قابل‌اندازه‌گیری می‌باشد. وجود رابطه قوی بین قطر و ارتفاع درختان به‌عنوان یک شاخص مفید در مدیریت جنگل

محسوب شده و می‌توان آن را با مدل‌های ریاضی توصیف کرد (۷). دو مدل خطی و غیرخطی برای رابطه بین قطر و ارتفاع وجود دارد. هرچند مدل‌های خطی بر اساس نوع ارتباط بین قطر و ارتفاع درخت کم‌تر استفاده شده است. مدل‌های غیرخطی به‌صورت گسترده‌ای برای ایجاد رابطه بین قطر و ارتفاع درختان جنگلی استفاده می‌شوند. مرور منابع نشان می‌دهد که مدل‌های غیرخطی انعطاف‌پذیر، دارای تفسیرپذیری بهتر و قوی هستند (۸). انواع متعددی از مدل‌های غیرخطی وجود دارد و این مدل‌ها در شرایط مختلف محیطی، در بین انواع توده‌ها، در ساختار متفاوت توده، نامنظم بودن درختان از نظر سن، گونه و تراکم متفاوت می‌باشند (۹). یکی از مزایای مدل‌های غیرخطی این است که می‌توانند برآوردی را انجام دهند که انطباق‌پذیری بهتری نسبت به واقعیت داشته باشند و این از خصوصیات ریاضی آنها نشئت می‌گیرد (۹).

نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های قطر-ارتفاع برای گونه‌ها و در مناطق مختلف یکسان نبوده است. به‌عنوان مثال: Aishan et al. (۲۰۱۶) در پژوهشی قابلیت به‌کارگیری ۱۰ مدل غیرخطی قطر و ارتفاع را برای برآورد ارتفاع گونه *Populus euophratica* در جنگل‌های کران‌رودی چین را ارزیابی کردند. ارتفاع به‌عنوان متغیر وابسته و قطر برابر سینه به‌عنوان متغیر مستقل بررسی شد. نتایج نشان داد که دو مدل پرودان و لجستیک با مقادیر درصد مجذور میانگین مربعات خطا ۱/۸۷۱ و ۱/۸۲۱ توانایی مناسبی برای برآورد ارتفاع درختان پده داشتند (۱۰)، Hassanzad Navroodi et al. (۲۰۱۶) رابطه قطر-ارتفاع گونه *Acer velutinum* در گیلان را با ۱۹ مدل غیرخطی مطالعه کردند. نتایج به‌دست‌آمده از پژوهش آنها نشان داد که مدل‌های پیل-رید، ریچارد، یانگ، وینسور و اشنات دارای دقت بیش‌تری نسبت به سایر

1- Diameter at breast height

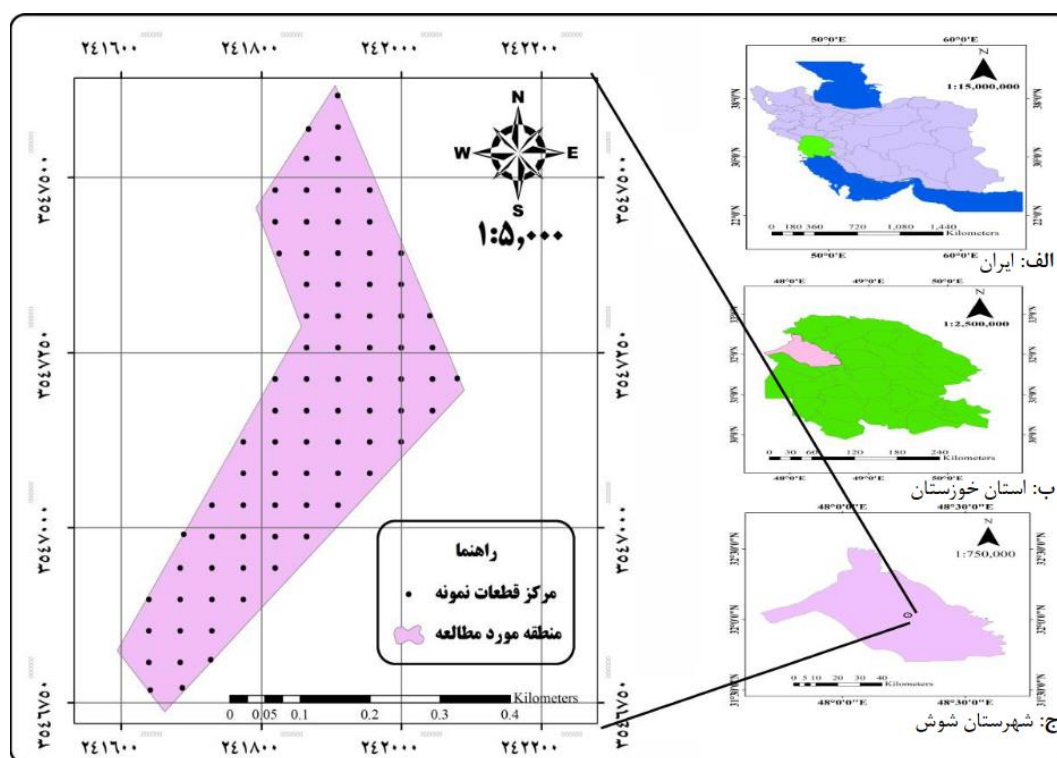
ارتفاع به‌عنوان یکی از ابزارهای مدیریتی نقش کاربردی مختلفی را ایفا می‌کند. یکی از مهم‌ترین کاربرد این مدل‌ها در توسعه مدل‌سازی‌های مختلف جنگل آن‌هم درجایی که شرایط هیدرولوژیکی متغیر است، می‌باشد؛ بنابراین هدف از این پژوهش عبارت‌اند از به‌کارگیری انواعی از مدل‌های خطی و غیرخطی قطر- ارتفاع و انتخاب بهترین مدل برای یکی از مهم‌ترین گونه‌های درختی جنگل‌های کران‌رودی یعنی گونه پده (*Populus euophratica*) در نواحی حاشیه رودخانه کرخه در منطقه شوش استان خوزستان می‌باشد.

### مواد و روش‌ها

**منطقه مورد مطالعه:** منطقه مورد مطالعه در حوزه شهرستان شوش منطقه خویس و بیشه‌زارهای بخش حفاظت‌شده کرخه می‌باشد. محدوده جغرافیایی منطقه مورد مطالعه از ۳۲ درجه و ۱ دقیقه و ۳۸ ثانیه تا ۳۲ درجه و ۲ دقیقه و ۷ ثانیه شمالی و طول آن از ۴۸ درجه و ۱۵ دقیقه و ۴۹ ثانیه شرقی تا ۴۸ درجه و ۱۶ دقیقه و ۸ ثانیه می‌باشد (شکل ۱). پوشش درختی منطقه شامل درختان پده (*Populus euophratica*) به همراه درختچه‌های گز (*Tamarix arceuthoides*) می‌باشد. خاک منطقه عمدتاً شنی لومی بوده و از نظر زمین‌شناسی متشکل از رسوبات آبرفتی و دشتی می‌باشد. متوسط بارندگی سالیانه طی یک دوره ۳۰ ساله (از ۱۳۶۸ تا ۱۳۹۸) ۲۵۰/۸ میلی‌متر و متوسط دمای ۳۸/۲۵ و ۱۳/۵ درجه سانتی‌گراد در گرم‌ترین و سردترین ماه می‌باشد. اقلیم منطقه بر اساس فرمول آمبرژه نیمه‌خشک است (۱۵).

مدل‌ها بودند (۱۱)، محمدی و شتایی (۲۰۱۷) با استفاده از مدل‌های غیرخطی مناسب‌ترین مدل را برای گونه ممرز در جنگل شصت‌کلاته گرگان مطالعه کردند. نتایج به‌دست‌آمده از پژوهش آن‌ها نشان داد که مدل‌های هایپربولیک، راتکوفسکی، ریچارد و وایبول با مقادیر درصد مجذور میانگین مربعات خطای به‌ترتیب: ۱۲/۹۱٪، ۱۲/۹۲٪، ۱۳/۰۱٪ و ۱۳/۰۱٪ به‌عنوان بهترین مدل پیشنهاد شدند (۱۲)، Wang and Lam (۲۰۲۱) روی گونه‌های *Pistacia chinensis*، *Acacia confusa* و *Fraxinus griffithii* در تایوان مطالعه کرده و مدل ویکوف را برای برآورد ارتفاع درختان گزارش کردند (۱۳)، حمیدی و همکاران (۲۰۲۱) ۲۰ مدل را برای بررسی رابطه بین قطر و ارتفاع گونه *Fagus orientalis* در مازندران را مطالعه نمودند. نتایج نشان داد که مدل‌های کورف، راتکوفسکی، نسلند و وایبول بهتر توانستند ارتفاع درختان را برآورد کنند (۱۴)، Bolat et al. (۲۰۲۲) در مطالعه‌ای از ۷ مدل غیرخطی قطر- ارتفاع برای گونه *Quercus frainetto* در ترکیه استفاده کردند. با در نظر گرفتن نتایج مشخصه‌های آماری به‌کار برده شده، مدل لجستیک نسبت به سایر مدل‌ها عملکرد قابل‌قبول‌تری را نشان داد. بر این اساس مدل لجستیک به‌عنوان مدل نهایی برای پیش‌بینی ارتفاع درختان بلوط در منطقه تحقیق پیشنهاد شد (۸).

با توجه به تنوع و پیچیدگی بالای این نوع از بوم‌سازگان‌های جنگلی، نقش مهم حفاظت از منابع آب‌و‌خاک آن‌هم در مناطق خشک و هم‌چنین کمبود اطلاعات در مورد این نوع از پوشش، ضرورت انجام این پژوهش مورد تأکید قرار می‌گیرد. مدل‌های قطر-



شکل ۱- نقشه موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه.

Figure 1. Map of the geographical location of the study area.

مدل‌سازی ارتفاع- قطر و ۲۰ درصد باقی‌مانده جهت اعتبارسنجی مدل استفاده شد (۱۹).  
 مدل‌های مورد استفاده: به‌طور کلی ۲۱ مدل غیرخطی و یک مدل خطی ساده بر اساس مرور منابع مختلف انتخاب شد (جدول ۱) (۱۲) مدل دو پارامتری و ۱۰ مدل سه پارامتری). فرض ما بر این است که ارتفاع کامل درخت تابعی از قطر درختان پده می‌باشد. به‌عبارت‌دیگر  $h_i = 1.3 + f(DBH_i, a, b, c) + e_i$   
 در این تابع،  $h_i$  ارتفاع کامل درختان برحسب متر،  $DBH_i$  قطر برابر سینه درختان برحسب سانتیمتر،  $a$ ،  $b$  و  $c$  پارامترهای مدل می‌باشند که باید برآورد شوند و  $e_i$  خطای تصادفی است که فرض بر نرمال بودن آن می‌باشد.  $f(.)$  تابع غیرخطی می‌باشد. عدد ثابت  $1/3$  ارتفاع روی تنه برابر سینه درختان است که در آن قطر اندازه‌گیری می‌شود.

روش تحقیق: در مطالعه پیش رو از روش آماربرداری تصادفی منظم در یک توده پده آمیخته با گونه گز استفاده شد (۱۶). شبکه آماربرداری به ابعاد ۳۰ در ۴۰ متر استفاده شد. تعداد ۸۳ قطعه‌نمونه مربعی شکل به مساحت ۱۰۰ مترمربع مورد اندازه‌گیری قرار گرفت (۱۷). از آن‌جایی‌که هدف مطالعه حاضر بررسی ارتباط بین قطر برابر سینه و ارتفاع کامل درختان پده می‌باشد و به‌منظور افزایش دقت لازم برای برآورد پارامترهای مدل‌های غیرخطی از تمام درختان موجود در قطعات نمونه جهت مدل‌سازی قطر- ارتفاع استفاده شد. متغیر قطر برابر سینه (با دقت ۰/۱ سانتی‌متر به‌وسیله کالیپر) و ارتفاع (با دقت ۰/۱ متر به‌وسیله شیب‌سنج سونتو) ۱۱۶۳ درخت پده دارای قطر برابر سینه بزرگ‌تر از ۵ سانتی‌متر (۱۸) در هر قطعه‌نمونه مورد اندازه‌گیری قرار گرفت. در این مطالعه ۸۰ درصد داده‌ها جهت

جدول ۱- مدل‌های خطی و غیرخطی قطر- ارتفاع استفاده شده برای گونه مورد مطالعه.

**Table 1. Linear and non-linear models of diameter- height used for studied species.**

منبع Reference	نام مدل Model name	معادله Equation	تعداد پارامتر Number of parameters
(20)	Linear Model (LM)	$h = a + b.DBH$	2
(21, 22)	(Naslund) M1	$h = 1.3 + \frac{DBH^2}{(a.DBH + b)} + e_i$	2
(23)	(Loetsch) M2	$h = 1.3 + \frac{DBH^2}{(a + b.DBH)^2} + e_i$	2
(24)	(Curtis) M3	$h = 1.3 + \frac{a.DBH}{(1 + DBH)^b} + e_i$	2
(24, 25)	(Schumacher) M4	$h = 1.3 + a.exp(- b.DBH^{-1}) + e_i$	2
(26)	(Power) M5	$h = 1.3 + a.DBH^b + e_i$	2
(27)	(Michaelis-Menten1) M6	$h = 1.3 + \frac{a.DBH}{(b + DBH)} + e_i$	2
(28)	(Michaelis-Menten2) M7	$h = 1.3 + \frac{DBH}{a + b.DBH} + e_i$	2
(29)	(Wykoff) M8	$h = 1.3 + exp(a - b(DBH + 1)^{-1}) + e_i$	2
(30)	(Sharma) M9	$h = 1.3 + exp(a.DBH^b) + e_i$	2
(31)	(Watts) M10	$h = 1.3 + \frac{a.DBH}{(1 + DBH) + (b.DBH)} + e_i$	2
(32)	(Huang) M11	$h = 1.3 + a.exp(- b.DBH^2) + e_i$	2
(33)	(Prodan1) M12	$h = 1.3 + \frac{DBH^2}{a.DBH^2 + b.DBH + c} + e_i$	3
(34)	(Sibbesen) M13	$h = 1.3 + a.DBH^{b.DBH^{-c}} + e_i$	3
(22)	(Hossfeld) M14	$h = 1.3 + \frac{a}{1 + \frac{1}{b.DBH^c}} + e_i$	3
(35)	(Ratkowsky) M15	$h = 1.3 + a.exp(\frac{-b}{DBH + c}) + e_i$	3
(36)	(Korf) M16	$h = 1.3 + a.exp(- b.DBH^{-c}) + e_i$	3
(37)	(Weibull) M17	$h = 1.3 + a(1 - exp(- b.DBH^c)) + e_i$	3
(27)	(Logistic) M18	$h = 1.3 + \frac{a}{1 + b.exp(- c.DBH)} + e_i$	3
(38)	(Modified Logistic) M19	$h = 1.3 + \frac{a}{1 + b^{-1}.DBH^c} + e_i$	3
(39)	(Chapman-Richards) M20	$h = 1.3 + a(1 - exp(- b.DBH))^c + e_i$	3
(40)	(Prodan2) M21	$h = 1.3 + \frac{DBH^2}{a + b.DBH + c.DBH^2} + e_i$	3

$h$ : ارتفاع کامل درخت (m)،  $DBH$ : قطر برابر سینه (cm)،  $a$ ،  $b$  و  $c$  پارامترهای مدل که باید برآورد شوند،  $e_i$  خطای تصادفی است که فرض بر نرمال بودن آن می‌باشد

$h$ : Total height of tree (m),  $DBH$ : Diameter at breast of height (cm),  $a$ ,  $b$  and  $c$ : Model parameters to be estimated,  $e_i$ : Random error that is assumed to be normal



۶- معیار اطلاعات بیزی<sup>۵</sup> (BIC) (۱۹)

$$BIC = n' \ln(RMSE) + \ln(n)' p$$

در فرمول‌های فوق،  $h_i$  ارتفاع کامل درختان،  $\hat{h}_i$  ارتفاع برآورد شده توسط مدل،  $\bar{h}$  میانگین ارتفاع،  $n$  تعداد کل داده‌های مورد استفاده در برازش مدل و  $p$  تعداد پارامتر در مدل می‌باشند. مدل‌های با کم‌ترین مقادیر RMSE، MAE، AIC، Bias mean و BIC مبین مدل با بهترین عملکرد می‌باشند (۴۴). مدل‌ها براساس معنی‌داری پارامترها و عملکرد معیارهای ارزیابی مدل سنجش شد. بعد از بررسی اولیه مدل‌ها و معنی‌داری پارامترهای آن‌ها به منظور مقایسه بهتر و بیش‌تر مدل‌ها از نظر معیارهای عملکرد رتبه‌بندی شد. مدل‌های دارای کم‌ترین مقادیر RMSE، MAE، AIC، Bias mean و BIC بالاترین رتبه را دریافت کرد. عدد رتبه هر معیار برای هر مدل جمع شد تا مجموع کل رتبه برای یک مدل به دست آید. مدلی که پایین‌ترین مقدار رتبه مجموع را دارا باشد به عنوان بهترین مدل انتخاب گردید.

علاوه بر معیارهای فوق، از نمایش گرافیکی خطای استاندارد شده، برازش منحنی به ابر نقاط و رسم داده‌های مشاهده شده در برابر داده‌های پیش‌بینی شده به همراه آزمون  $t$  جفتی<sup>۶</sup> نیز استفاده گردید. از بسته نرم‌افزاری nls2 که برنامه‌ای برای اجرا و تحلیل توابع غیرخطی می‌باشد در محیط نرم‌افزار R نسخه ۴-۰-۵ جهت برآورد پارامترهای مدل با استفاده از روش حداقل مربعات خطای معمولی استفاده شد (۴۵، ۴۶).

ارزیابی مدل: معیارهای متعددی جهت ارزیابی عملکرد مدل وجود دارد (۴۱). در این پژوهش برای ارزیابی عملکرد مدل‌های انتخابی از معیارهای زیر استفاده شد:

۱- آماره محاسباتی  $t$  پارامترها. معنی‌داری پارامترهای مدل از طریق این آماره و به همراه محاسبه مقدار  $P$  مشخص می‌شود که از جمله شرایط اولیه تشکیل مدل می‌باشد (۳۲).

۲- درصد مجذور میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> (RMSE%) (۱۲)

$$RMSE\% = \left( \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)^2} \right) \times \frac{100}{h}$$

۳- درصد میانگین قدرمطلق خطا<sup>۲</sup> (MAE%) (۴۲)

$$MAE\% = \left( \frac{\sum_{i=1}^n |h_i - \hat{h}_i|}{n} \right) \times \frac{100}{h}$$

۴- درصد میانگین اریب<sup>۳</sup> (Bias mean%) (۴۳)

$$Bias\ mean\% = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)}{n} \right) \times \frac{100}{h}$$

۵- معیار اطلاعات آکائیک<sup>۴</sup> (AIC) (۱۹)

$$AIC = n' \ln(RMSE) + 2p$$

5- Bayesian information criteria  
6- Paired sample t test

1- Root mean square error (%)  
2- Mean absolute error(%)  
3- Bias mean (%)  
4- Akaike information criteria

### نتایج و بحث

بر اساس آزمون کلموگروف-اسمیرنوف تمامی داده‌های قطر برابر سینه و ارتفاع کامل درختان از توزیع نرمال تبعیت کردند ( $P > 0.05$ ). میانگین، حداقل و حداکثر قطر برابر سینه درختان پده به ترتیب: ۵۷/۴، ۲۴/۸ و ۹۵/۵ سانتی‌متر و ارتفاع به ترتیب: ۸/۲، ۵/۰ و ۱۱/۰ متر به دست آمد. بررسی آماره‌های

توصیفی مشخصه‌های قطر برابر سینه و ارتفاع نشان داد که دامنه تغییرات این مشخصه‌ها زیاد بوده و بیانگر ناهم‌ساز بودن توده جنگلی مورد مطالعه می‌باشد. خلاصه‌ای از آمار توصیفی ۱۱۶۳ داده قطر و ارتفاع درختان پده در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲- خلاصه‌ای از آمار توصیفی برای کل داده‌ها، داده‌های برازش و اعتبارسنجی مدل.

Table 2. Summary of descriptive statistics for total data, fitting data, and validation model.

اعتبارسنجی (n=233) Validation		برازش (n=930) Fitting		کل (n=1163) Total		آماره Statistic
ارتفاع (m) Height	قطر (cm) Diameter	ارتفاع (m) Height	قطر (cm) Diameter	ارتفاع (m) Height	قطر (cm) Diameter	
5.5	25.5	5.0	24.8	4.2	22.9	حداقل Minimum
8.0	55.3	8.2	57.4	8.3	57.8	میانگین Mean
9.9	86.3	11.0	95.5	11.9	97.5	حداکثر Maximum
0.7	13.6	0.8	12.7	0.8	13.9	انحراف معیار Standard Deviation
0.5	185.9	0.7	162.5	0.7	193.2	واریانس Variance
8.0	57.0	8.0	58.9	8.0	58.3	میانه Median
8.8	0.9	0.03	0.4	0.02	0.4	اشتباه معیار Standard error
8.8	24.6	9.8	22.1	9.6	24.0	ضریب تغییرات (%) Coefficient variation (%)

داده‌های برازش و اعتبارسنجی تفاوت زیادی وجود نداشت (جدول ۲).

برای مدل‌سازی قطر- ارتفاع درختان پده تعداد ۲۱ مدل غیرخطی و یک مدل ساده خطی شامل ۱۲ مدل دو پارامتری و ۱۰ مدل سه پارامتری مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که ۱۴ مدل ارتباط

با بررسی کل داده‌ها، مقادیر حداقل و حداکثر قطر برابر سینه ۲۲/۹ تا ۹۷/۵ سانتی‌متر) و ارتفاع ۴/۲ تا ۱۱/۹ متر) درختان پده نشان‌دهنده دامنه تقریباً متفاوتی از داده‌ها بوده و می‌توان نتیجه گرفت که به‌طور تقریب اکثریت قطر و ارتفاع درختان پده در نظر گرفته شده است. بین آماره‌های توصیفی کل داده‌ها و

که فقط دو مدل سه پارامتری M12 (مدل Prodan1) و M21 (مدل Prodan2) مؤثرتر از بقیه مدل‌ها در پیش‌بینی ارتفاع کامل درختان بده عمل کردند. نتایج برازش تمام مدل‌ها برای گونه بده در جدول ۳ آمده است. در بررسی اولیه، مدل‌هایی که تمامی پارامترهای آن‌ها در سطح خطای ۰.۵٪ و بر اساس آماره t معنی‌دار شد ( $P < 0.05$ ) مشخص گردید. پارامترهای ۸ مدل در سطح خطای ۰.۵٪ معنی‌دار نشد ( $P > 0.05$ ) (جدول ۳).

معنی‌داری بین قطر برابر سینه و ارتفاع درختان بده واقع در منطقه شوش را نشان دادند. تمامی مدل‌های دو پارامتری (۱۲ مدل) در برآورد پارامترهایشان معنی‌دار نشان دادند. درحالی‌که از ۱۰ مدل سه پارامتری تنها پارامترهای دو مدل، معنی‌دار به‌دست آمد. هر چند که تمامی مدل‌های دو پارامتری معنی‌دار شدند اما در بخش انتخاب بهترین مدل‌ها براساس معیارهای ارزیابی عملکرد مدل، مشخص شد

جدول ۳- برآورد پارامترهای تمامی مدل‌های مورد استفاده در داده‌های برازش.

Table 3. Parameter estimation of all the models used in the fitting data.

مقدار P P-value	t	خطای معیار Standard Error	ضریب Coefficient	پارامتر Parameter	مدل Model
P<0.001	68.24	0.086	5.84	a	LM
P<0.001	25.23	0.002	0.04	b	
P<0.001	-95.46	0.0037	-0.36	a	M1
P<0.001	-7.04	0.2044	-1.44	b	
P<0.001	6.955	0.204	1.42	a	M2
P<0.001	95.758	0.004	0.36	b	
P<0.001	11.49	0.303	3.62	a	M3
P<0.001	40.83	0.02	0.84	b	
P<0.001	52.268	0.15	7.73	a	M4
P<0.001	6.353	1.04	6.59	b	
P<0.001	12.322	0.27	3.36	a	M5
P<0.001	8.893	0.02	0.18	b	
P<0.001	43.247	0.18	7.97	a	M6
P<0.001	6.153	1.49	9.14	b	
P<0.001	7.28	0.16	1.17	a	M7
P<0.001	43.16	0.003	0.12	b	
P<0.001	104.864	0.02	2.06	a	M8
P<0.001	6.892	1.09	7.49	b	
P<0.001	23.326	0.06	1.31	a	M9
P<0.001	9.048	0.01	0.09	b	
P<0.001	6.123	0.17	1.02	a	M10
P<0.001	-35.433	0.02	-0.87	b	
P<0.001	90.06	0.0068	6.1	a	M11
P<0.001	-10.76	0.000003	-0.00003	b	

ادامه جدول ۳-

Continue Table 3.

مقدار P P-value	t	خطای معیار Standard Error	ضریب Coefficient	پارامتر Parameter	مدل Model
P<0.001	10.462	0.0065	0.08	a	M12
P<0.001	11.144	0.61	5.9	b	
P<0.001	-9.848	13.25	-110	c	
P<0.001	43.6	0.14	6.3	a	M13
P>0.05	0.34	0.000003	0.000001	b	
P<0.001	-3.71	0.64	-2.4	c	
P>0.05	0.002	89070	148.9	a	M14
P>0.05	0.002	9.09	0.015	b	
P>0.05	0.055	3.16	0.17	c	
P<0.001	6.44	0.8	5.17	a	M15
P>0.05	0.97	28.46	27.5	b	
P<0.001	-3.42	46.73	-159.88	c	
P<0.001	43.04	0.15	6.3	a	M16
P>0.05	-0.35	0.000005	-0.000002	b	
P<0.001	-4.16	0.63	-2.6	c	
P>0.05	0.019	0.003	49	a	M17
P>0.05	0.019	3.71	0.07	b	
P>0.05	0.248	0.071	0.18	c	
P<0.001	14.69	0.4	5.91	a	M18
P>0.05	-1.03	0.04	-0.04	b	
P<0.05	-2.37	0.01	-0.02	c	
P>0.05	0.008	12000	97.07	a	M19
P>0.05	0.008	4.2	0.03	b	
P>0.05	0.123	1.4	0.17	c	
P>0.05	0.0001	4150000	164	a	M20
P>0.05	0.0001	145	-0.0006	b	
P>0.05	0.007	25	0.16	c	
P<0.001	-7.809	12.86	-100.4	a	M21
P<0.001	9.563	0.59	5.6	b	
P<0.001	12.740	0.006	0.08	c	

برآورد پارامترهای همه مدل‌ها به همراه محاسبه آماره t نشان داد که این آماره برای ۱۳ مدل معنی‌دار بود. معنی‌داری آماره t شرط اول تشکیل مدل و انتخاب آن قرار گرفت. برای ارزیابی عملکرد مدل‌ها از ۵ معیار استفاده شد. برای هر معیار وزن یکسانی در نظر گرفته شد. در جدول ۴ معیارهای ارزیابی عملکرد مدل محاسبه گردید. به استناد نتایج به‌دست‌آمده، مشخص شد که مدل‌های M12، M21 و M11 با

در بسیاری از مطالعات انجام‌شده روی مدل‌سازی رابطه بین قطر و ارتفاع درختان گونه‌ها و نواحی مختلف از هر دو نوع مدل‌های دو و سه پارامتری استفاده شده است (۱۹، ۱۱، ۱۲، ۴۷، ۲۰، ۱۴). نتایج متفاوتی بسته به شرایط اقلیمی منطقه (۴۸)، شرایط رویشگاه (۳۲)، نوع توده (۱۴)، نوع مدل‌های بکار رفته (۲۰) و نوع گونه (۴۹) به‌دست‌آمده است.

در مطالعه حاضر نسبت به همین مقادیر در پژوهش محمدی و شتایی (۲۰۱۶) (۱۲ تا ۱۴٪) کم‌تر و در مقایسه با پژوهش عالمی و همکاران (۲۰۱۸) (۷/۸ تا ۷/۹٪) بیش‌تر به‌دست آمد (۱۲، ۴۶). مقدار درصد میانگین اریب برای دو مدل پرودان (۰/۰۰۱۰- و ۰/۰۰۰۵) نسبت به اکثریت پژوهش‌های انجام‌شده بسیار کم‌تر به‌دست آمد که نشان‌دهنده صحت بالای مدل پرودان برای برآورد ارتفاع درختان پده می‌باشد (۱۰، ۱۴، ۱۹، ۱۱، ۵۰، ۴۷، ۱۲).

درصد مقادیر RMSE به ترتیب: ۸/۹۸، ۹/۱۵ و ۹/۲۱ و هم‌چنین درصد میانگین اریب به ترتیب: ۰/۰۰۱۰، ۰/۰۰۰۵ و ۰/۰۰۱۱- بهتر توانسته‌اند مشخصه ارتفاع درختان پده را برآورد کنند. سایر مشخصه‌های ارزیابی عملکرد مدل مثل MAE%، AIC و BIC نیز برای سه مدل کم‌تر از سایر مدل‌ها به دست آمد (جدول ۴). همه مدل‌ها به‌جز دو مدل M11 و M21 ارتفاع را کم‌تر از مقادیر واقعی برآورد کردند. مقایسه مقادیر درصد RMSE برای دو مدل پرودان (۸/۹۸ و ۹/۱۵)

جدول ۴- معیارهای ارزیابی عملکرد مدل‌های انتخابی برای داده‌های برازش.

Table 4. Performance evaluation criteria of selected models for data fitting.

برازش Fitting			مدل Model		
BIC	AIC	Bias%	MAE%	RMSE%	
2912.30	2896.95	0.0046	7.31	9.84	LM
1536.48	1523.05	0.0041	7.34	9.50	M1
1579.98	1566.56	0.0045	7.60	9.82	M2
1506.98	1493.56	-0.0055	7.15	9.28	M3
1547.69	1534.26	0.0024	7.55	9.57	M4
1536.69	1523.27	0.0030	7.30	9.50	M5
1573.07	1559.64	0.0093	7.49	9.77	M6
1515.34	1501.91	0.0076	7.13	9.34	M7
1594.06	1580.64	0.0034	7.65	9.93	M8
1500.40	1486.98	0.0061	7.11	9.23	M9
1560.39	1546.96	0.0071	7.46	9.67	M10
1471.15	1457.73	-0.0011	6.94	9.21	M11
1469.73	1451.82	-0.0010	6.78	8.98	M12
1494.86	1476.95	0.0005	6.94	9.15	M21

RMSE%: درصد مجذور میانگین مربعات خطا، MAE%: درصد میانگین قدرمطلق خطا، Bias%: درصد میانگین اریب، AIC: معیار اطلاعات آکائیک و BIC: معیار اطلاعات بیزی

مدل‌ها بر اساس مقادیر معیارهای عملکردی رتبه‌بندی شد و میانگین رتبه بر اساس مجموع رتبه‌های به‌دست‌آمده محاسبه گردید (جدول ۵). مدل‌های M12 و M21 با رتبه اول و دوم به‌عنوان بهترین مدل بر اساس داده‌های برازش معرفی شد. عدم نزدیکی پارامترهای مدل M11 بر اساس داده‌های اعتبار و برازش، باعث خارج شدن این مدل از گزینه‌های انتخابی شد.

جدول ۵- رتبه‌بندی مدل‌های انتخابی بر اساس معیارهای عملکرد برای داده‌های برازش.

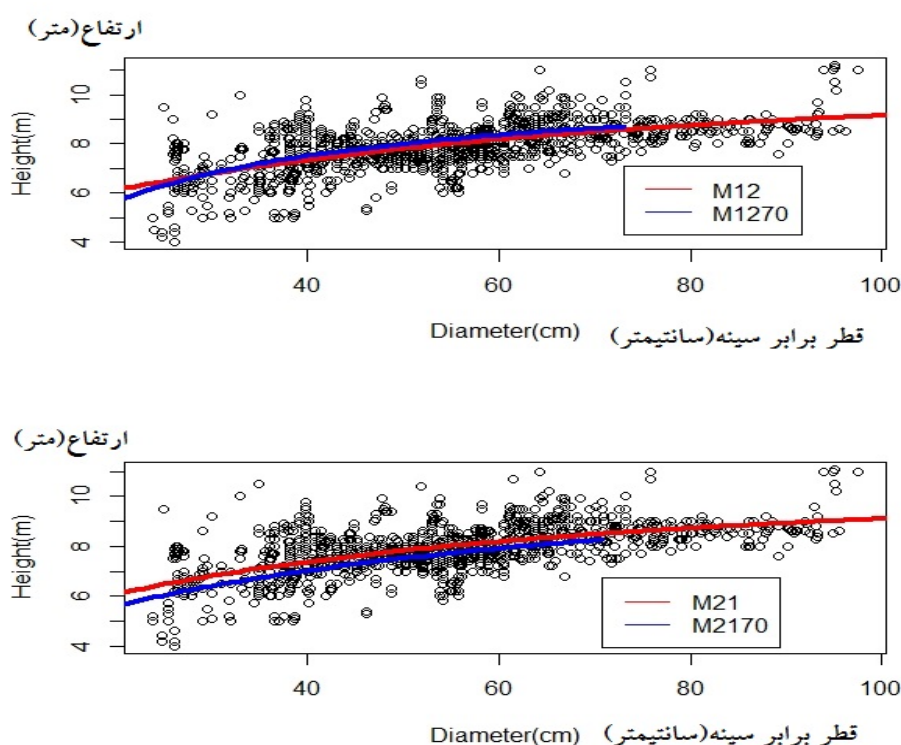
**Table 5. Ranking of selected models based on performance criteria for data fitting.**

جمع Sum	برازش Fitting					مدل Model
	BIC	AIC	Bias	MAE	RMSE	
56(12)	14	14	9	7	12	LM
36(8)	7	7	7	8	7	M1
55(11)	12	12	8	12	11	M2
30(5)	5	5	10	5	5	M3
41(9)	9	9	4	11	8	M4
34(6)	8	8	5	6	7	M5
56(12)	11	11	14	10	10	M6
35(7)	6	6	13	4	6	M7
58(13)	13	13	6	13	13	M8
26(4)	4	4	11	3	4	M9
50(10)	10	10	12	9	9	M10
12(3)	2	2	3	2	3	M11
6(1)	1	1	2	1	1	M12
11(2)	3	3	1	2	2	M21

RMSE: مجذور میانگین مربعات خطا، MAE: میانگین قدرمطلق خطا، Bias: میانگین اریب، AIC: معیار اطلاعات آکائیک و BIC: معیار اطلاعات بیزی

نشان می‌دهد. در این مدل‌سازی قطرهای بالاتر از ۷۰ سانتی‌متر حذف شد تا عملکرد مدل‌ها در دو نوع داده (کل داده‌های قطر و قطر تا ۷۰ سانتی‌متری) سنجیده شود. تشابه زیادی بین نمودارهای این دو سری داده دیده‌شده که بیانگر اثبات اعتبار مدل‌های M12 و M21 دارد.

بررسی باقی‌مانده یا خطاهای مدل برای بهترین مدل‌های غیرخطی M21 و M12 نشان‌گر نرمال بودن باقی‌مانده در داده‌های برازش و اعتبار (آزمون کلموگروف-اسمیرنوف:  $P > 0.05$ )، عدم خودهمبستگی، ثابت بودن واریانس و پراکنش تصادفی خطا دارد. شکل ۲ مدل‌سازی رابطه بین داده‌های قطر- ارتفاع را برای مدل‌های M12 و M21 روی داده‌های برازش را

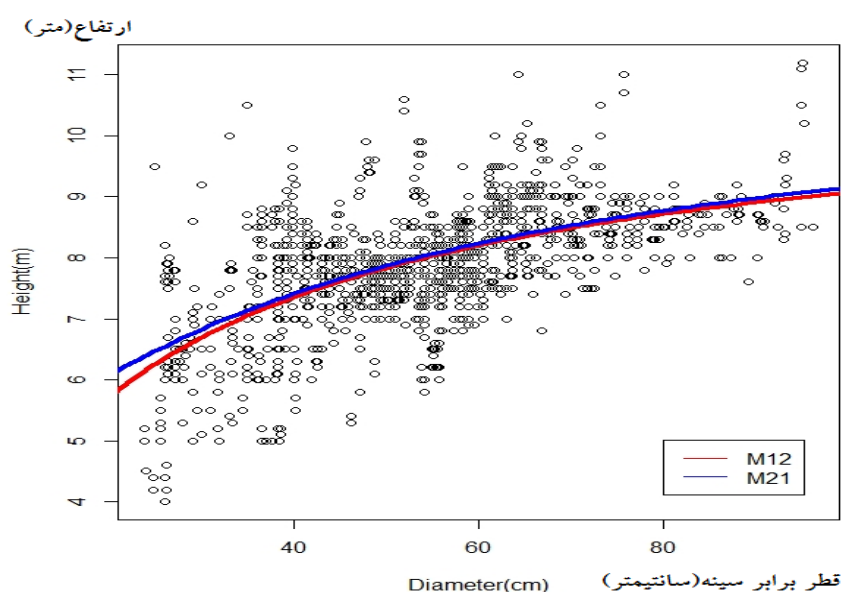


شکل ۲- مدل‌سازی رابطه بین قطر برابر سینه و ارتفاع درختان پده روی داده‌های برازش برای مدل M12 و M21 (خطوط آبی و قرمز نشان‌گر برازش مدل برای داده‌های برازش تا قطر ۷۰ سانتی‌متر می‌باشد).

**Figure 2. Modeling the relationship between the diameter (DBH) and height of *Populus euphratica* trees on calibration data for the M21 model (blue and red lines indicate the fit of the model for calibration data and data up to a diameter of 70 cm).**

برآورد می‌کند (شکل ۳). از طرفی مقدار میانگین اریب مدل M21 نشانگر برآورد بیش‌تر از حد واقعی ارتفاع می‌باشد که با نتایج Aishan et al. (۲۰۱۶) که در مطالعه خود روی مدل‌سازی قطر-ارتفاع گونه پده در چین بیان می‌کنند که مدل M21 برآورد بیش‌تر از حد واقعی را دارد، همسو می‌باشد (۱۰).

مقایسه منحنی برازش شده دو مدل M12 و M21 نشان‌دهنده برآورد متفاوت ارتفاع بسته به قطر برابر سینه درختان پده می‌باشد. به طوری که مدل M21 تا قطر ۴۰ سانتی‌متر ارتفاع را بیش‌تر از مدل M12 برآورد می‌کند، از قطر ۴۰ تا ۸۰ سانتی‌متر ارتفاع را مشابه هم برآورد می‌کند و از قطر ۸۰ سانتی‌متر به بعد مجدداً مدل M21 ارتفاع را بیش‌تر از مدل M12



شکل ۳- منحنی قطر و ارتفاع برای مدل‌های M12 و M21.

Figure 3. Graph of diameter and height for M12 and M21 models.

برای این‌که تشابه ارتفاع پیش‌بینی شده توسط دو مدل M12 و M21 و ارتفاع درختان مشاهده شده سنجش گردد از آزمون t جفتی استفاده گردید. برای این منظور داده‌های ارتفاع پیش‌بینی شده هر مدل در برابر داده‌های مشاهده شده قرار گرفت. نتایج آزمون t جفتی در جدول ۶ آمده است.

جدول ۶- نتیجه آزمون t جفتی برای مقایسه داده‌های ارتفاعی پیش‌بینی و مشاهده‌ای.

Table 6. The result of the paired t test to compare the predicted and observed height data.

مقدار P P-value	t	انحراف معیار ± میانگین داده‌های پیش‌بینی Predicted data mean ± standard deviation	انحراف معیار ± میانگین داده‌های واقعی Real data mean ± standard deviation	تعداد داده‌های برازش Number of fit data	مدل Model
0.996 <sup>ns</sup>	0.0039	8.151±0.348	8.153± 0.839	930	M21
0.998 <sup>ns</sup>	0.0023	8.181±0.317	8.182±0.820	930	M12

<sup>ns</sup> نشان‌گر عدم معنی‌دار بودن

معنی‌دار بین داده‌های پیش‌بینی شده دو مدل M21 و M12 می‌باشد ( $t_{0.05,929} = 0.430$ ,  $P = 0.668$ ). بر این اساس می‌توان استنتاج کرد که هر دو مدل برای پیش‌بینی ارتفاع درختان پده مناسب می‌باشد. مطالعه روی مدل‌سازی رابطه بین قطر و ارتفاع گونه پده در دنیا توسط Aishan et al. (۲۰۱۶)

نتایج آزمون t جفتی نشان داد که مقادیر پیش‌بینی ارتفاع توسط مدل‌های غیرخطی M12 و M21، با مقادیر مشاهده شده ارتفاع درختان پده مشابه است. برای مقایسه بین مقادیر پیش‌بینی شده ارتفاع مدل M21 و مقادیر پیش‌بینی شده ارتفاع مدل M12، از آزمون t جفتی استفاده شد. نتایج نشانگر عدم تفاوت



مخلوط یا چندمتغیره برای پیش‌بینی ارتفاع درخت در محیط‌های ناهمگن مناسب‌تر هستند (۵۱، ۵۲). برای این اساس پیشنهاد می‌شود که سطح دسترسی به آب زیرزمینی به‌عنوان یک متغیر در مدل اصلی قطر-ارتفاع و در قالب یک مدل مخلوط قرار گیرد.

### نتیجه‌گیری

تعداد ۲۱ مدل غیرخطی بر داده‌های قطر برابر سینه و ارتفاع کامل درختان پده (*Populus euophratica*) برازش داده شد. بر اساس رتبه‌بندی و مقایسه معیارهای ارزیابی عملکرد شامل: درصد RMSE، درصد MAE، درصد میانگین اریب، AIC و BIC برای تمامی مدل‌ها و برای داده‌های برازش دو مدل (Prodan1 با نام M12) و (Prodan2 با نام M21) به‌عنوان بهترین مدل‌ها انتخاب شدند. درک و فهم ارتباط بین قطر برابر سینه و ارتفاع درختان پده که یکی از مهم‌ترین گونه اصلی تشکیل‌دهنده بوم‌سازگان‌های خشک رودخانه‌ای می‌باشند برای توسعه و بسط مدل‌های رویش و مدل‌سازی پیش‌بینی زی‌توده و ذخیره کربن دارای اهمیت می‌باشد. این مطالعه به‌عنوان اولین گام جهت درک بهتر این نوع از بوم‌سازگان‌های خشک کران‌رودی در استان خوزستان که دارای جنگل‌های پده قابل‌توجهی می‌باشد کمک بزرگی به مطالعات بعدی خواهد کرد. با توجه به گستردگی انواع مدل‌های غیرخطی دو و سه پارامتری و همچنین مدل‌های مخلوط که در کنار متغیرهای اصلی یک یا دو متغیر کمکی را نیز در مدل‌سازی دخالت می‌دهند پژوهش‌های پیش‌تری باید در مناطق جغرافیایی بزرگ‌تر، رویشگاه‌های گسترده‌تر و توده‌های با ساختار مختلف صورت گیرد.

انجام‌شده است. این محقق در مطالعه خود در حوزه رودخانه تاریم در شمال غرب چین نشان داد که مدل Prodan2 (M21) مدلی مناسب برای توصیف رابطه بین قطر و ارتفاع درختان پده می‌باشد (۱۰). با توجه به مشابهت گونه‌ای، نتیجه این مطالعه تأییدکننده نتیجه پژوهش حاضر است. Mehtatalo et al. (۲۰۱۵) روی مدل‌سازی قطر-ارتفاع درختان گونه‌های مختلف از مناطق اکولوژیک مختلفی هم‌چون آسیا، اروپا، آمریکای شمالی و جنوبی به این نتیجه رسیدند که مدل سه پارامتری Prodan1 (M12) مناسب برای برازش داده‌های قطر-ارتفاع می‌باشد که با نتیجه مطالعه حاضر همسو می‌باشد (۲۸). برخی از پژوهش‌گران نتایج متفاوتی نسبت به پژوهش حاضر گرفتند. به‌عنوان مثال، عالمی و همکاران (۲۰۱۸) مدل غیرخطی هندسی، لگاریتمی و هایپربولیک را برای مدل‌سازی قطر-ارتفاع گونه توسکا به دست آوردند (۴۷). حمیدی و همکاران (۲۰۲۱) مدل کورف، راتکوفسکی و نسلند را مناسب پیش‌بینی ارتفاع درختان راش دانستند (۱۴). Hassanzad Navroodi et al. (۲۰۱۶) مدل‌های پیل-رید، چاپمن-ریچارد، یانگ و وینسور را مناسب رابطه بین قطر-ارتفاع درختان افرا یافتند (۱۱). علی‌جانی و همکاران (۲۰۲۰) مدل نمایی را برای مرحله بلوغ توده‌های مدیریت نشده راش انتخاب کردند (۲۰). یکی از عوامل مهم در انتشار گونه پده سطح دسترسی به آب زیرزمینی می‌باشد (۱۰)؛ بنابراین پژوهش‌های پیش‌تری برای ارزیابی مدل قطر-ارتفاع درختان پده در سطوح مختلف آب زیرزمینی نیاز می‌باشد. این موضوع می‌تواند پژوهش‌گران را به نتایج رضایت‌بخش‌تری منتهی کند. مرور منابع مختلف بیانگر آن است که مدل‌های

منابع

1. Eusemann, P., Petzold, A., Thevs, N., and Schnittler, M. 2013. Growth patterns and genetic structure of *Populus euphratica* Oliv. (Salicaceae) forests in NW China: implications for conservation and management. *Forest Ecology and Management*. 297: 27-36.
2. Basiri, R., Moradi, M., Kiani, B., and Maasumi Babaarabi, M. 2018. Evaluation of distance methods for estimating population density in *Populus euphratica* Olivier natural stands (case study: Maroon riparian forests, Iran). *J. of forest science*. 64: 5. 230-244.
3. Kuba, M., Aishan, T., Cyffka, B., and Halik, U. 2013. Analysis of connections between soil moisture, groundwater level, and vegetation vitality along two transects at the lower reaches of the Tarim River, Northwest China. *Geo-Oko*. 34: 103-128.
4. Molto, Q., Hé rault, B., Boreux, J.J., Daullet, M., Rousteau, A., and Rossi, V. 2014. Predicting tree heights for biomass estimates in tropical forests: a test from French Guyana. *Biogeosciences*. 11: 3121-3130.
5. Wang, Y.F., Yue, T.X., Du, Z.P., and Zhao, M.W. 2015. Improving the accuracy of the height-diameter equation using the classified factors method. *Environmental Earth Sciences*. 74: 8. 6471-6480.
6. Schmidt, M., Kiviste, A., and Gadow, V.K. 2011. A spatially explicit height-diameter model for Scots pine in Estonia. *European J. of Forestry Research*. 130: 2. 303-315.
7. Nascimento, R.G.M., Vanclay, J.K., Figueiredo Filho, A., Machado, S.DO A., Ruschel, A.R., Hiramatsu, N.A., and Freitas, L.J.M.de. 2020. The tree height estimated by non-power models on volumetric models provides reliable predictions of wood volume: the Amazon species height modeling issue. *Trees, Forests, and People*. 2: art.100028, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tfp.2020.100028>.
8. Bolat, F., Urker, O., and Günlü, A. 2022. Nonlinear height-diameter models for Hungarian oak (*Quercus frainetto* Ten.) in Dumanlı Forest Planning Unit, Anakkale/Turkey. *Austrian J. of forest science*. 139: 199-220.
9. Vargas-Larreta, B., Dorado, F.C. Lvarez Gonzalez, G.J. Barrio-Anta, M., and Cruz Cobos, F. 2009. A generalized height-diameter model with random coefficients for uneven-aged stands in El Salto, Durango (Mexico). *Forestry*. 82: 445-462.
10. Aishan, T., Halik, U., Betz, F., Gartner, P., and Cyffka, B. 2016. Modeling height-diameter relationship for *Populus euphratica* in the Tarim riparian forest ecosystem, Northwest China. *J. of forestry research*. 27: 4. 889-900.
11. Hassanzad Navroodi, I., Alavi, S.J., Ahmadi, M.K., and Radkarimi, M. 2016. Comparison of different non-linear models for prediction of the relationship between diameter and height of velvet maple trees in natural forests (Case study: Asalem Forests, Iran). *J. of Forest Science*. 62: 2. 65-71.
12. Mohammadi, J., and Shataee, Sh. 2017. Study of different height-diameter models for hornbeam (*Carpinus betulus* L.) in uneven-aged stands of Shastkalateh forest of Gorgan. *Iranian J. of Forest and Poplar Research*. 24: 4. 700-712. (In Persian)
13. Wang, T.Y., and Lam, T.Y. 2021. Modeling the height-diameter relationship of fifteen tree species planted on reclaimed agricultural lands with random species effects. *Tropical Forestry*. 1053: 1-5 doi:10.1088/1755-1315/1053/1/012013.
14. Hamidi, S.K., Fallah, A., Bayat, M., and Hosseini Yekani, S.A. 2021. Investigating the diameter and height models of beech trees in uneven age forest of northern Iran (Case study: Forest Farim). *Ecology of Iranian Forests*. 9: 17. 30-40.
15. Imani, F., Moradi, M., and Basiri, R. 2018. Biological diversity of vegetation in the dunes after two decades of consolidation activities and afforestation (Case study: Region Magran Susa). *J. of plant research (Iranian J. of Biology)*. 31: 1. 12-23.

16. Zobeiri, M. 2019. Forest inventory measurement of trees and forest. Tehran Univ. Press, 424p. (In Persian)
17. Clarkson, B.R., Sorrell, B.K., Reeves, P.N., Champion, P.D., Partridge, T.R., and Clarkson, B.D. 2004. Handbook for monitoring wetland condition coordinated monitoring of New Zealand wetlands. A Ministry for the Environment Sustainable Management Fund Project (5105). 73p.
18. Han, L., Wang, H., Zhou, Z., and Li, Z. 2008. Spatial distribution pattern and dynamics of the primary population in a natural *Populus euphratica* forest in Tarim Basin, Xinjiang, china. *Frontiers of Forestry in China*. 3: 4. 456-461.
19. Subedi, M.R., Oli, B.N., Shrestha, S., and Chhin, S. 2018. Height-diameter modeling of *Cinnamomum tamala* grown in natural forest in mid-hill of Nepal. *International J. of Forestry Research*. <https://doi.org/10.1155/2018/6583948>.
20. Alijani, V., Namiranian, M., Fegghi, J., Bozorg-Haddad, O., and Etemad, V. 2020. Investigation of height-diameter models in different development stages of unmanaged Beech forest (Case study: educational and research forest of Kheirud). *J. Environmental Science Technology*, 21: 12. 125-134.
21. Naslund, M. 1937. Skogsforsoksanstaltens gallringsforsok i tallskog (Forest research institute's thinning experiments in Scots pine forests). *Meddelanden frstatens skogsforsoksanstalt*. 29: 1-169.
22. Peschel, W. 1938. Mathematical methods for growth studies of trees and forest stands and the results of their application. *Tharandter Forstliches Jahrbuch*. 89: 169-247.
23. Loetsch, F., Haller, K.E., and Zohrer, F. 1973. *Forest Inventory*. BLV Verlagsgesellschaft, Munich, 905p.
24. Curtis, R.O. 1967. Height-diameter-age equations for second-growth Douglas-fir. *Forest Science*. 13: 365-375.
25. Schumacher, F.X. 1939. A new growth curve and its application to timber yield studies. *J. of Forestry*. 37: 819-820.
26. Schreuder, H.T., Hafley, W.L., and Bannett, F.A. 1979. Yield prediction for unthinned natural slash pine stands. *Forest Science*. 25: 25-30.
27. Huang, S., Titus, S.J., and Wiens, D.P. 1992. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian J. of Forest Research*. 22: 9. 1297-1304. <https://doi.org/10.1139/x92-172>.
28. Mehtatalo, L. 2005. Height-diameter models for Scots pine and birch in Finland. *Silva Fennica*. 39: 1. 55-66.
29. Wykoff, W.R., Crookston, N.L., and Stage A.R. 1982. User's guide to the stand prognosis model. General technical report INT-133. Ogden, Intermountain Forest, and Range Experiment Station. USDA Forest Service. 112p.
30. Sharma, R.P. 2011. Allometric models for total-tree and component tree biomass of *Alnus nepalensis* D. Don in Nepal. *Indian Forester*. 137: 1386-1390.
31. Watts, S.B. 1983. *Forestry handbook for British Columbia*. 4<sup>th</sup> Ed. Vancouver, University of British Columbia: 773p.
32. Huang, S., Price, D., and Titus, S.J. 2000. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests. *Forest Ecology and Management*. 129: 1-3. 125-141.
33. Strand, L. 1959. The accuracy of some methods for estimating volume and increment on sample plots. *Medd. norske Skogfors*. 15: 4. 284-392. In Norwegian with English summary.
34. Sibbesen, E. 1981. Some new equations to describe phosphate sorption by soils. *European J. of Soil Science*, 32: 67-74.
35. Ratkowsky, D.A. 1990. *Handbook of nonlinear regression models*, M. Dekker, New York, 241p.
36. Flewelling, J.W., and De Jong, R. 1994. Considerations in simultaneous curve fitting for repeated height-diameter measurements. *Canadian J. of Forest Research*. 24: 1408-1414.
37. Weibull, W. 1951. A statistical distribution function of wide applicability. *J. of Applied Mechanics*. 18: 3. 293-297.

38. Ratkowsky, D.A., and Reedy, T.J. 1986. Choosing near-linear parameters in the four-parameter logistic model for radio ligand and related assays. *Biometrics*. 42: 575-582.
39. Richards, F.J. 1959. A flexible growth function for empirical use. *J. of Experimental Botany*. 10: 29. 290-300.
40. Prodan, M. 1968. *Forest biometrics*. Oxford, Pergamon Press: 447p.
41. Burnham, K.P., and Anderson, D.R. 2002. *Model selection and multimodel inference: A practical information-theoretic approach*, Springer, New York, NY, USA, 2<sup>nd</sup> edition. 488p.
42. Saud, P., Lynch, T., and Guldin, J. 2016. Using quadratic mean diameter and relative spacing index to enhance height-diameter, and crown ratio models fitted to longitudinal data. *Forestry International J. of Forest Research*. 89: 215-229.
43. Aertsen, W., Kint, V., Orshoven, J.V., Ozkan, K., and Muys, B. 2010. Comparison and ranking of different modeling techniques for prediction of site index in Mediterranean mountain forests. *Ecological modeling*. 221: 8. 1119-1130.
44. Vanclay, J.K., and Skovsgaard, J.P. 1997. Evaluating forest growth models. *Ecological Modelling*. 98: 1. 1-12.
45. Grothendieck, G. 2022. nls2: Non-linear regression with brute force. (Version 0.3-3) <https://github.com/ggrothendieck/nls2>.
46. R Development Core Team. 2013. *R: a language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.
47. Alemi, A., Oladi, J., Fallah, A., and Maghsoudi, Y. 2018. Evaluating of height-diameter nonlinear models for *Alnus* specie in Hyrcanes forest (Case study: Golestan Rezaeian forest). *J. of Natural Ecosystems of Iran*. 9: 2. 1-12. (In Persian)
48. Meng, S.X., Huang, S., Lieffers, V.J., Nunifu, T., and Yang, Y. 2008. Wind speed and crown class influence the height-diameter relationship of lodgepole pine: Nonlinear mixed effects modeling. *Forest Ecology and Management*. 256: 4. 570-577.
49. Mehtatalo, L., de-Miguel, S., and Gregoire, T. 2015. Modeling height-diameter curves for Prediction. *Canadian J. of Forest Research*. 45: 7. 826-837.
50. Ahmadi, K., Alavi, S.J., and Aertsen, W. 2014. Comparison of non-linear height and diameter functions for oriental beech (*Fagus orientalis* Lipsky.) in a mixed and uneven-aged Caspian forest (Case study: Tarbiat Modares University forest research station). *Iranian J. of Forest*. 6: 1. 11-22.
51. Temesgen, H., LeMay, V., and Mitchell, S.J. 2005. Tree crown ratio models for multi-species and multi-layered stands of southeastern British Columbia. *The Forestry Chronicle*. 81: 1. 133-141.
52. Esteban, G.G., Ulises, D.A., Fernando, C.D., and Felipe, C.C. 2014. A comparison of model forms for the development of height-diameter relationships in even-aged stands. *J. of forestry research*. 60: 3. 560-568.